www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۰۳/۰۳**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	در هر مورد نوع استدلال ریاضی را مشخص کنید. **الف)** روش نتیجه گیری با استفاده از حقایقی که درستی آن ها را پذیرفته ایم. **ب) روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعهٔ محدودی از مشاهدات است.** ج) روش اثباتی که در آن با استفاده از درستی حکم به یک رابطهٔ بدیهی یا فرض مساله می رسیم.	۰/۷۵
۲	**با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید:** $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \quad ,(n\in N)$	۲
۳	حکم درست را اثبات کرده و برای رد حکم نادرست مثال نقض ارائه دهید. **الف) حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی, کوچک تر یا مساوی نصف مجموع مربع های آن هاست.** ب) حاصل جمع دو عدد گنگ, عددی گنگ است.	۱/۷۵
۴	**شرکت کنندگان در یک آزمون ریاضی ۳۰۷۳ نفر می باشند. حداقل چند شرکت کننده وجود دارد که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها به زبان فارسی یکسان است؟ دلیل ارائه کنید.**	۱
۵	جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید. **الف)** مجموعهٔ $A=\{\{\},\{\phi\}\}$ دارای ..... زیر مجموعه است. **ب) دو زوج مرتب** $(y^2-1,(x+2)^2)$ **و** $(0,3)$ **با هم برابرند. مقدار** y **برابر با ..... است.** ج) دو مجموعهٔ $A=\{-1,0,1,2\}$ و $B=\{-3,-2,1,2,3\}$ را در نظر بگیرید. مجموعهٔ $A\times B$ دارای ..... عضو است.	۱
۶	**اگر** A **و** B **دو مجموعه باشند, به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید:** $A\Delta B=(A\cup B)-(A\cap B)$	۱/۵
۷	نمودار رابطهٔ زیر را رسم کنید. $A=\{(x,y)\mid x,y\in R\ ,\ x^2+y^2\le 1\ ,\ y\ge\lvert x\rvert\}$	۰/۷۵
۸	**چهار افراز متفاوت برای مجموعهٔ** $A=\{1,2,3\}$ **بنویسید.**	۱
۹	رابطهٔ R بر روی R^2 به صورت رو به رو تعریف شده است: $(a,b)R(c,d)\Leftrightarrow a=c$ الف) ثابت کنید R تعدی است. ب) رابطهٔ R رابطه ای هم ارزی است. کلاس هم ارزی $[(2,1)]$ را بنویسید.	۱/۲۵
۱۰	اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند, با رسم نمودار ون, پیشامد " تنها یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیفتد." را نمایش دهید.	۰/۵

« ادامهٔ سوالات در صفحهٔ دوم »

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۰۳/۰۳**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	سکه ای را یک بار پرتاب می کنیم. اگر سکه رو ظاهر شد، آن گاه تاس را می ریزیم. در غیر این صورت یک بار دیگر سکه را می اندازیم. الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟ ب) پیشامد A که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد یا سکه پشت بیاید را با اعضا بنویسید.	۱/۵
۱۲	دو تاس را با هم می ریزیم. احتمال آن را بیابید که مجموع اعداد ظاهر شده روی تاس ها برابر ۶ شود.	۱/۲۵
۱۳	در ظرفی ۷ مهره قرمز و ۴ مهره سفید است. به تصادف ۲ مهره با هم بیرون می آوریم . احتمال آن که دو مهره هم رنگ باشند را محاسبه کنید.	۱
۱۴	سکه ای را ۲۰ بار می اندازیم. احتمال آن که ۸ بار رو ظاهر شود را بیابید.	۱
۱۵	سه اسب a, b و c با هم مسابقه می دهند. اسب های a و c دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس b , دو برابر شانس بردن a است. احتمال آن که دو اسب a یا b ببرند را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۶	دو عدد مانند x و y به تصادف از بازهٔ $[0,4]$ انتخاب می شوند. احتمال آن که $\lvert x-y\rvert<3$ باشد را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۷	عددی به تصادف از مجموعهٔ $S=\{1,2,3,\ldots,40\}$ انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد را بیابید.	۱
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشتهٔ: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۰۳/۰۳**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aec.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) استنتاجی (۰/۲۵) صفحه ۱۶ ب) استقرایی (۰/۲۵) صفحه ۳ ج) بازگشتی (۰/۲۵) صفحه ۲۲	۰/۷۵
۲	مثال صفحه ۶ مقدمه استقرا $n=1 \Rightarrow 1^3 \overset{?}{=} \left(\frac{1\times 2}{2}\right)^2 \Rightarrow 1=1$ (۰/۲۵) فرض استقرا $n=k \Rightarrow 1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3=\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2$ (۰/۲۵) حکم استقرا $n=k+1 \Rightarrow 1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3+(k+1)^3=\left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2$ (۰/۲۵) $1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3+(k+1)^3=\underbrace{\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2}_{(۰/۲۵)}+(k+1)^3=\frac{k^2(k+1)^2}{4}+(k+1)^3$ $=\underbrace{\frac{(k+1)^2}{4}(k^2+4(k+1))}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{(k+1)^2}{4}(k^2+4k+4)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2}_{(۰/۲۵)}$	۲
۳	الف) درست (۰/۲۵) $xy\le\frac{x^2+y^2}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2xy\le x^2+y^2 \Rightarrow x^2+y^2-2xy\ge 0 \Rightarrow (x-y)^2\ge 0$ (۰/۲۵) **رابطه بدیهی است بنابراین تمامی مراحل بازگشت پذیر است.** (۰/۲۵) تمرین صفحه ۲۵ ب) نادرست (۰/۲۵) ارائهٔ مثال نقض (۰/۵) مثال صفحه ۱۹	۱/۷۵
۴	چون حرف اول نام ۳۲ حرف و حرف اول نام خانوادگی نیز ۳۲ حرف می تواند باشد، تعداد لانه ها برابر ۱۰۲۴= ۳۲×۳۲ است. (۰/۲۵) از طرفی تعداد شرکت کنندگان (کبوتر) برابر ۳۰۷۳ (۰/۲۵) است. طبق اصل لانه کبوتری $3\times 1024+1=3073$ (۰/۲۵)، حداقل ۴= ۳+۱ شرکت کننده وجود دارند که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها یکی است. (۰/۲۵) صفحه ۳۰	۱
۵	الف) ۴ (۰/۲۵) صفحه ۴۰ ب) $y=\pm 2$ (۰/۵) تمرین صفحه ۵۹ ج) ۲۰ (۰/۲۵) تمرین صفحه ۵۹	۱
۶	$A\Delta B=\underbrace{(A-B)\cup(B-A)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{(A\cap B')\cup(B\cap A')}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{((A\cap B')\cup B)\cap((A\cap B')\cup A')}_{(۰/۲۵)}$ $=\underbrace{((A\cup B)\cap(\underbrace{B\cup B'}_{U}))\cap((A'\cup B')\cap(\underbrace{A\cup A'}_{U}))}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{(A\cup B)\cap(A\cap B)'}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{(A\cup B)-(A\cap B)}_{(۰/۲۵)}$ تمرین صفحه ۵۵	۱/۵

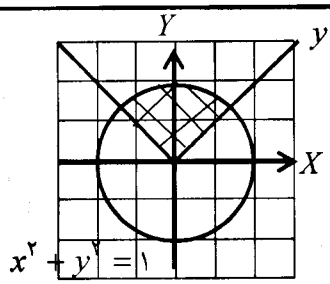
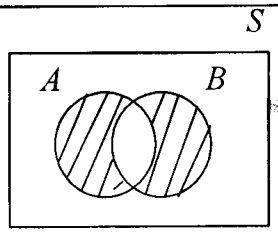
ادامه در صفحهٔ دوم

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشتهٔ: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۰۳/۰۳**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	نمودار هر یک (۰/۲۵) ، ناحیه هاشور زده (۰/۲۵) $y=\|x\|$  تمرین صفحه ۶۵	۰/۷۵
۸	$\{1,2,3\}$ و $\{1\},\{2,3\}$ و $\{2\},\{1,3\}$ و $\{3\},\{1,2\}$ و $\{1\},\{2\},\{3\}$ باید ۴ افراز از ۵ افراز نوشته شود. هریک از افرازها (۰/۲۵) مثال صفحه ۶۶	۱
۹	الف) $(a,b)R(c,d)\ ,\ (c,d)R(e,f) \Rightarrow (a,b)R(e,f)$ ؟ $a=c$ (۰/۲۵) $,\ c=e$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=e$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۶۸ ب) $[(2,1)]=\underbrace{\{(a,b)\mid (a,b)R(2,1)\}}_{(۰/۲۵)}=\{(a,b)\mid a=2\}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۰	 (۰/۵) مثال صفحه ۸۰	۰/۵
۱۱	الف) ۸ عضو. (۰/۲۵) ب) $A=\{(ر,ر),(ر,۲),(ر,۴),(ر,۶),(پ,پ),(پ,ر)\}$ (۱/۲۵) تمرین صفحه ۸۱	۱/۵
۱۲	$n(S)=۳۶$ (۰/۲۵) , $A=\{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$ (۰/۷۵) $\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۵}{۳۶}$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۸۴	۱/۲۵
۱۳	$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۷}{۲}(۰/۲۵)\underset{(۰/۲۵)}{\times}\binom{۴}{۲}(۰/۲۵)}{\binom{۱۱}{۲}(۰/۲۵)}=\frac{۲۷}{۵۵}$ مثال صفحه ۸۶	۱
۱۴	$P(A)=\frac{\binom{۲۰}{۸}(۰/۵)}{۲^{۲۰}\ (۰/۵)}$ مثال صفحه ۹۰	۱
۱۵	$P(a)=P(c)\ ,\ P(b)=۲P(a)$ $P(a)+P(b)+P(c)=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P(a)=\frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵) , $P(b)=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $P(a\cup b)=\underbrace{P(a)+P(b)}_{(۰/۲۵)}=\frac{۳}{۴}$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۹۸	۱/۲۵

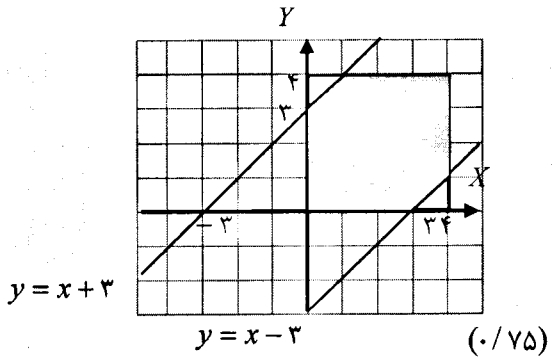
ادامه در صفحهٔ سوم

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشتهٔ: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۵ / ۰۳/۰۳**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	تمرین صفحه ۱۰۹ $a_S = ۱۶$ (۰/۲۵) $a_A = ۱۶ - ۲\times(\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۱)$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{۱۵}{۱۶}$ (۰/۲۵)  $y = x + ۳$ $y = x - ۳$ (۰/۷۵)	۱/۵
۱۷	A: بر ۳ بخش پذیر بودن و B: بر ۵ بخش پذیر بودن صفحه ۱۲۰ $P(A) = \frac{\left[\frac{۴۰}{۳}\right]}{۴۰} = \frac{۱۳}{۴۰}$ (۰/۲۵) , $P(A\cap B) = \frac{\left[\frac{۴۰}{۱۵}\right]}{۴۰}\frac{۲}{۴۰}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \underbrace{P(A-B) = P(A) - P(A\cap B)}_{(۰/۲۵)} = \frac{۱۱}{۴۰}$ (۰/۲۵)	۱
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir